

УДК 624.07+721.011

<https://doi.org/10.33619/2414-2948/92/38>

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЕЧЕНИЯ ЧИСЛЕННЫМ ЭКСПЕРИМЕНТОМ

©*Асанова С. А., Баткенский государственный университет,  
г. Баткен, Кыргызстан*

## INVESTIGATION OF THE STRESS-STRAIN STATE OF A SECTION BY A NUMERICAL EXPERIMENT

©*Asanova S., Batken State University, Batken, Kyrgyzstan*

*Аннотация.* Выполнен численный эксперимент для апробации теоретических положений в матрице внешней жесткости, вычисления элементов через единичные перемещения по определению напряженно-деформированного состояния сечения железобетонного элемента при чистом изгибе в стадии до образования трещин с учетом эффекта разгрузки средней зоны, обусловленного различной деформативностью бетона при растяжении и сжатии. Цель: проверка возможности раскрытия внутренней статической неопределимости напряженно-деформированного состояния сечения; определение деформированного состояния сечения в целом и его средней зоны и распределение нормальных напряжений по высоте сечения при различных уровнях воздействия изгибающего момента. При выполнении эксперимента решались качественное и количественное траектория центров мгновенного поворота сечения; деформирование центра тяжести сжатой и растянутой граней сечения; распределение напряжений в сечении и его средней зоне, где волокна сначала сжимаются, а затем частично или полностью разгружаются с переходом в растяжение; изменения положения центров общего поворота; положение нейтральной оси по напряжениям в процессе нагружения; значение изгибающего момента при трещинообразовании и влияние на указанные факторы класса бетона и класса арматуры. Численный эксперимент выполнен для железобетонного элемента прямоугольного сечения с одиночной арматурой. Результаты эксперимента подтвердили теоретические разработки, которые позволяют раскрыть внутреннюю статическую неопределимость сечения и определить напряженно-деформированное состояние сечения, учитывающего зоны, обусловленные различной упругопластической деформативностью эффекта разгрузки при сжатии и растяжении.

*Abstract.* For approbation of theoretical positions, in the matrix of external rigidity, calculation of elements through unit displacements to determine the stress-strain state of the section of a reinforced concrete element with pure bending in the stage before cracking, taking into account the effect of unloading the middle zone, due to different deformation of concrete during tension and compression, numerical experiment with the aim of: checking the possibility of revealing the internal static indeterminacy of the stress-strain state of the section; determination of the deformed state of the section as a whole and its middle zone and the distribution of normal stresses along the height of the section at various levels of exposure to the bending moment. When performing the experiment, the qualitative and quantitative trajectories of the centers of the instantaneous rotation of the section were solved; deformation of the center of gravity of the compressed and stretched faces of the section; distribution of stresses in the section and its

middle zone, where the fibers are first compressed, and then partially or completely unloaded with the transition to tension; changes in the position of the centers of the general rotation; the position of the neutral axis in terms of stresses during loading; the value of the bending moment during cracking and the impact on these factors of the class of concrete and the class of reinforcement. The numerical experiment was carried out for a reinforced concrete element of a rectangular section with a single reinforcement. The results of the experiment confirmed the theoretical developments that allow revealing the internal static indeterminacy of the section and determining the stress-strain state of the section, taking into account the zones, due to the different elastic-plastic deformability of the effect of unloading in compression and tension.

*Ключевые слова:* матрица внешней жесткости, эффект разгрузки, деформирование бетона.

*Keywords:* external stiffness matrix, unloading effect, concrete deformation.

Для исследованию железобетонных одномерных конструкций и деформативности бетона посвящены работы В. Н. Байкова, В. Я. Бачинского, А. А. Беспяева, С. В. Бондаренко, И. С. Воронюк, А. А. Гвоздева, А. Л. Гуревича, П. Ф. Дроздова, А. С. Залесова, Д. Р. Маиляна и др. [1–10, 14, 15].

Вопросы нелинейной работы железобетона с трещинами при силовых воздействиях пластин изучали Н. И. Карпенко, М. Д. Кутуев, Ж. Т. Тентиев, К. Темикеев и др. [11-13, 16, 17]. В этих работах изучались или аналитические нелинейные зависимости бетона и арматуры, или напряженно-деформированное состояние сечений при различных упрощающих положениях, не учитывая влияние разгрузки средней зоны сечения.

Исходя из вышеизложенного для апробации теоретических положений, в матрица внешней жесткости, вычисления ее элементов через единичные перемещения по определению напряженно-деформированного состояния сечения железобетонного элемента при чистом изгибе в стадии до образования трещин с учетом эффекта разгрузки средней зоны, обусловленного различной деформативностью бетона при растяжении и сжатии выполнен численный эксперимент с целью: проверить возможность раскрытия внутренней статической неопределимости напряженно-деформированного состояния сечения; определить деформированное состояние сечения в целом и его средней зоны: определить распределение нормальных напряжений по высоте сечения при различных уровнях воздействия изгибающего момента.

При выполнении эксперимента решались следующие задачи: исследовать качественно и количественно траекторию центров мгновенного поворота сечения, определить деформирование центра тяжести сжатой и растянутой граней сечения; исследовать характер распределения напряжений в сечении и его средней зоне, где волокна сначала сжимаются, а затем частично или полностью разгружаются с переходом в растяжение; выявить характер изменения положения центров общего поворота (нейтральной оси по деформациям); выявить положение нейтральной оси по напряжениям в процессе нагружения; выявить положение; выявить характер изменения нейтральной оси по напряжениям в процессе нагружения; определить значение изгибающего момента при трещинообразовании; выявить влияние на указанные факторы класса бетона и класса арматуры. Численный эксперимент выполнен для железобетонного элемента прямоугольного сечения с одиночной арматурой. Исследование проводилось при армировании сечения арматурой классов А-II и А-III и варьировании класса

бетона от В10 до В60 и коэффициентов армирования от 0,0025 до 0,0125.

Численный эксперимент проводился по специальной программе по аналитическим зависимостям. Траектория центра мгновенного поворота сечения для класса бетона В12,5 и класса арматуры А-III показана на Рисунке 1. Выпуклость кривой направлена в сторону оси Х. В начале нагружения положение оси изменяется медленно, а затем более интенсивно. На Рисунке 2 показан график изменения деформаций на уровне центра тяжести сечения в зависимости от положения оси мгновенного поворота сечения. При увеличении изгибающего момента деформация вначале растет медленно, а затем приращение ее увеличивается, достигая в момент трещинообразования величины —  $8,5 \cdot 10^{-6}$ .

Зависимость изменения положения центра мгновенного поворота сечения от кривизны показана на Рисунке 3. При трещинообразовании кривизна составила  $1,75 \cdot 10^{-4}$  рад. С увеличением кривизны смещения положение Центра мгновенного поворота замедляется.

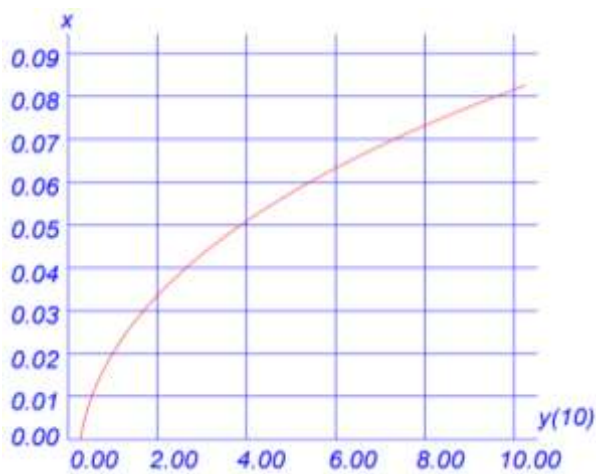


Рисунок 1. График траектории мгновенного центра поворота

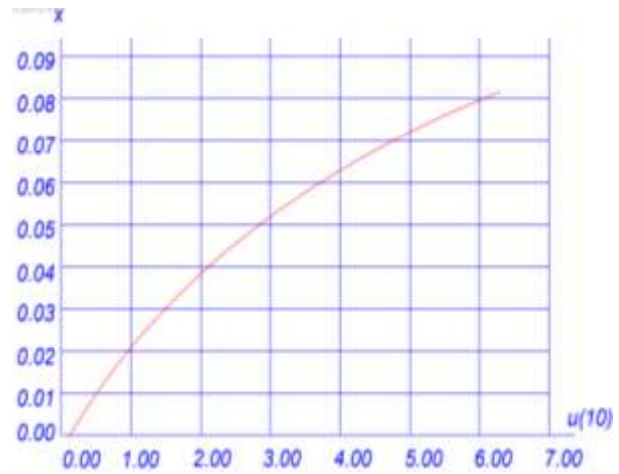


Рисунок 2. Деформация центра тяжести сечения от положения мгновенного центра поворота

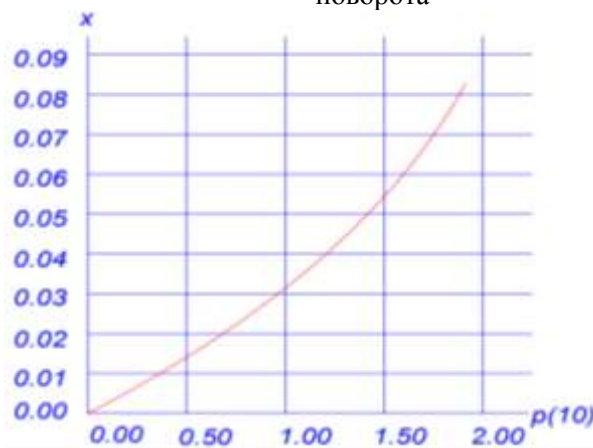


Рисунок 3. Зависимость кривизны от координат мгновенного центра поворота

График нейтральной оси по деформациям показан на Рисунке 4. Эта зависимость имеет слабо выраженную нелинейность. В момент перед образованием трещин перемещение оси по высоте сечения составило  $0,04h$ . На Рисунке 5 показаны графики, для сопоставления, деформации центра тяжести сечения для классов бетона В12, В25, В40 и В60. С увеличением класса бетона, что характеризуется ростом значений  $\mu$ , положение центра мгновенного поворота. График зависимости траектории оси мгновенного поворота сечения от изгибающего момента показан на Рисунке 6.

На Рисунке 7 показаны графики напряжений в относительных напряжениях  $\sigma/R_{btн}$  для класса бетона В60 и класса арматуры А-I, а на Рисунке 8, то же для класса бетона В10. Из сопоставления графиков видно, напряжения сжатой грани бетонов более высокого класса бетона меньше, чем для бетонов низкого класса. Из сравнения графиков Рисунка 6 и 7 можно заметить, увеличение класса бетона и арматуры увеличивает длину траектории, но если с увеличением класса бетона увеличивается пологость, то с увеличением коэффициента армирования пологость уменьшается.



Рисунок 4. Зависимость между траекторией центра мгновенного поворота и положением нейтральной оси по напряжениям

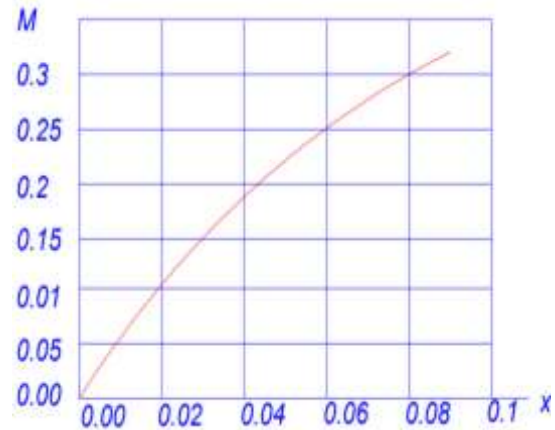


Рисунок 5. Зависимость между траекторией центра мгновенного поворота сечения от изгибающего момента

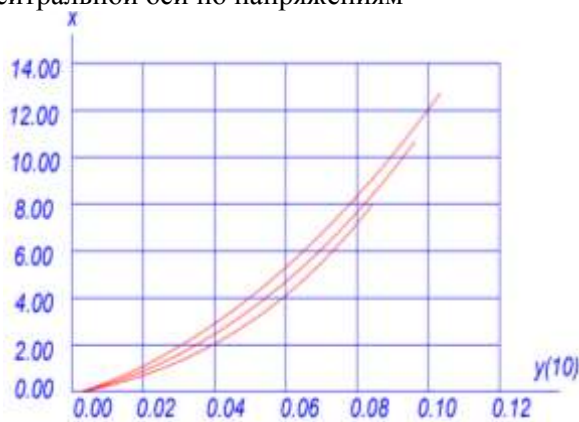


Рисунок 6. Влияние класса бетона на траекторию центра мгновенного поворота сечения

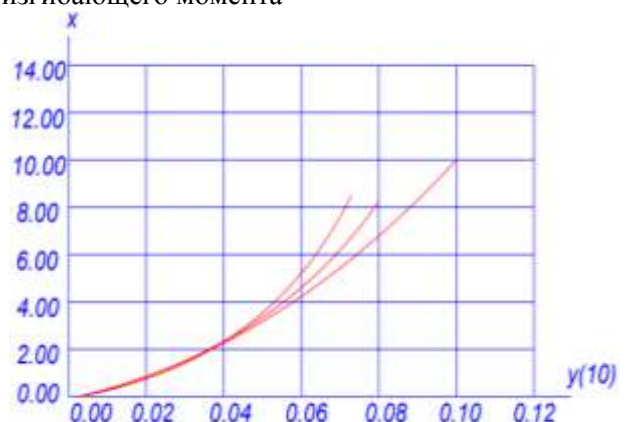


Рисунок 7. Влияние коэффициента армирования на траекторию центра мгновенного поворота сечения

На Рисунке 8 (В12,5; А-II,  $\mu = 0,01$ ) показаны графики распределения нормальных напряжений в сечении при напряжениях в растянутой грани сечения  $\sigma_t = (0,25 \dots 1,0) R_{btн}$ . Из графиков видно, с увеличением момента эпюра нормальных напряжений в растянутой и средней зоне заметно искривляется, а в сжатой грани эпюра почти линейная. На Рисунке 9 показано влияние на распределение нормальных напряжений класса бетона. Для бетонов более высокого класса напряжение в уровне центра мгновенного поворота сечения больше, чем для бетона более низкого класса.

В Таблице 1, 2 и 3 показано влияние на положение по высоте сечения центра мгновенного поворота. Для арматуры классов А-II и А-III положение центров мгновенного поворота при образовании трещин мало отличаются друг от друга.

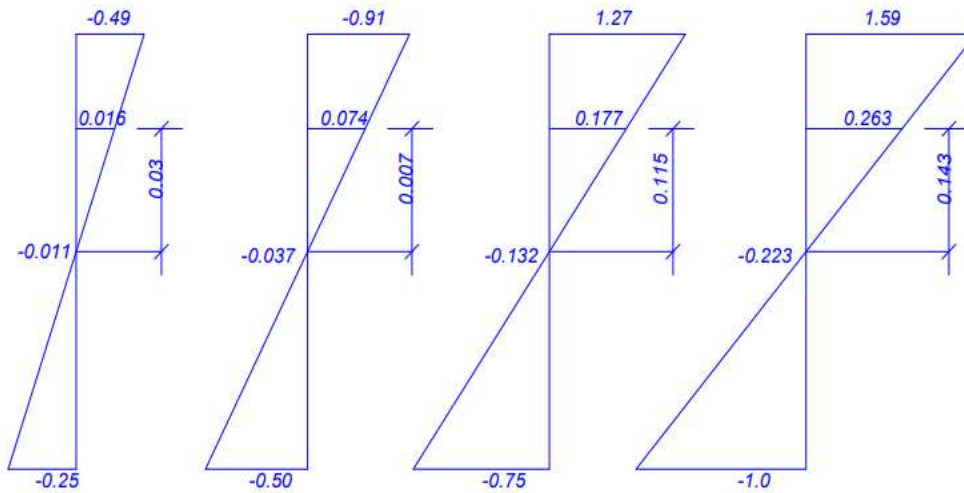


Рисунок 8. Распределение напряжений по высоте сечения при различных значениях величины изгибающего момента ( $\mu = 0,01$ ; B12,5; А-II)

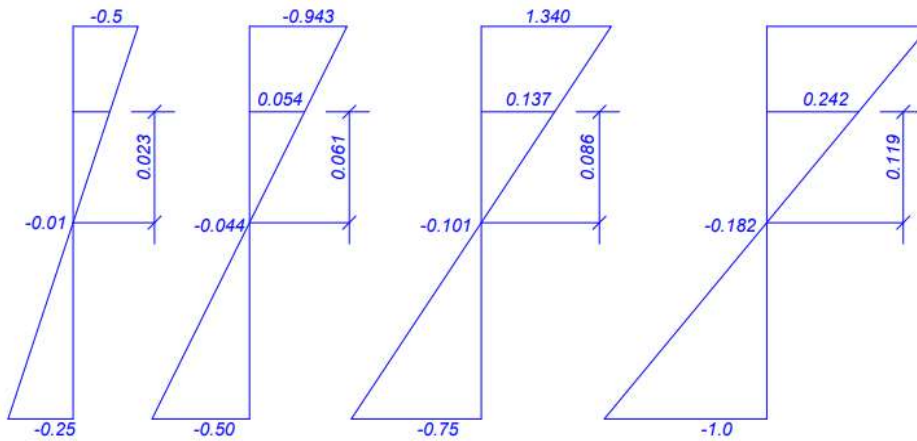


Рисунок 9. Распределение напряжений по высоте сечения при различных значениях величины изгибающего момента ( $\mu = 0,01$ ; B40; А-II)

Таблица 1

$(\mu_t = 0,0025)$				
x/h	0,02	0,04	0,06	0,08
А – II	0,51	1,90	4,00	6,68
А - III	0,52	1,91	4,01	6,70

Таблица 2

$(\mu_t = 0,0075)$				
x/h	0,02	0,04	0,06	0,08
А – II	0,61	2,25	4,72	7,87
А - III	0,60	2,23	4,66	7,78

Таблица 3

$(\mu_t = 0,0125)$				
x/h	0,02	0,04	0,06	0,08
А – II	0,72	2,65	5,52	-
А - III	0,71	2,60	5,42	-

В Таблице 4 приведены значения относительных моментов трещинообразования для различных классов бетона и коэффициента армирования при арматуре классов А-II и А-III. Коэффициент армирования оказывает слабое, но более заметное, чем класс арматуры,

влияние на образование трещин. Класс бетона В60 увеличивает момент трещинообразования более чем в два раза, по сравнению с классом В12,5.

Таблица 4

МОМЕНТ ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ КЛАССОВ  
 БЕТОНА И КОЭФФИЦИЕНТА АРМИРОВАНИЯ

$\mu_t$		0,0025	0,0075	0,0125
А=II	В12,5	0,238	0,242	0,246
	В40	0,497	0,505	0,509
	В60	0,592	0,599	0,604
А - III	В12,5	0,237	0,242	0,246
	В40	0,496	0,502	0,507
	В60	0,591	0,599	0,602

*Выводы*

Выполненный численный эксперимент качественно и количественно подтвердил теоретические разработки, которые позволяют раскрыть внутреннюю статическую неопределенность сечения и определить напряженно-деформированное состояние сечения, учитывающего зоны, обусловленный различной упруго-эластичной деформацией средней пластической деформативностью при сжатии и растяжении и разработанный теоретический метод расчета позволяет определить момент образования трещины при чистом изгибе по рабочему состоянию, используя реальные диаграммы деформирования бетона при сжатии, растяжении и разгрузке.

*Список литературы:*

1. Байков В. Н. Поздеев В. М. Определение напряженно-деформированного состояния железобетонных балок в предельной стадии по неупругим зависимостям «Г-3» бетона и арматуры // Известия ВУЗов. 1985. №1. С. 3-5.
2. Брянская Ю. В., Байков В. Н., Волинов М. А. Распределение скоростей и гидравлическое сопротивление при течении в трубах, каналах и речных руслах // Гидротехническое строительство. 2011. №3. С. 37-39.
3. Кумпяк О. Г., Болдышев А. М., Ананьева Н. К. Железобетонные конструкции. Томск, 2000.
4. Беспяев А. А., Мартынова Н. Г., Уразиманов М. Р. Прочность и жесткость узлов каркасов многоэтажных зданий при действии сейсмических нагрузок // Бетон и железобетон. 1990. №7. С. 10-11.
5. Бондаренко В. М. Инженерные методы нелинейной теории железобетона. М.: Стройиздат, 1982. 287 с.
6. Воронок И. С. О положении осей вращения сечения в изгибаемых элементах // Строительные конструкции. 1973. №21. С. 18-28.
7. Гвоздев А. А. Общий метод расчета статически неопределимых систем. М., Гостехстройиздат, 1927. С. 239.
8. Гуревич А. Л. Определение обобщенных жесткостных параметров железобетонных стержней для расчета статически неопределимых конструкций с учетом неупругих свойств материалов // Железобетонные конструкции: межвузовский сборник статей. Куйбышев, 1979. С. 63-67.
9. Дроздов П. Ф. Надежность гибких железобетонных колонн // Бетон и железобетон. 1981. №4. С. 42-43.

10. Залесов А. С., Кодыш Э. Н., Лемыш Л. Л., Никитин И. К. Расчет железобетонных конструкций по прочности, трещиностойкости и деформациям. М.: Стройиздат, 1998. С. 318.
11. Федорова Н. В., Туен В. Н., Яковенко И. А. Критерий прочности плосконапряженного железобетонного элемента при особом воздействии // Вестник МГСУ. 2020. Т. 15. №11. С. 1513-1522. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2020.11.1513-1522>
12. Карпенко Н. И., Мухамедиев Т. А. Определение кривизны и удлинения стержневых элементов с трещинами // Бетон и железобетон. 1981. №2. С. 17-18.
13. Бакушев С. В. Дифференциальные уравнения равновесия сплошной среды для плоской деформации в декартовых координатах при биквадратичной аппроксимации замыкающих уравнений // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2022. №76. С. 70-86. <https://doi.org/10.17223/19988621/76/6>
14. Маилян Л. Р., Рубен Г. К. Об использовании в расчетах железобетонных элементов диаграммы «напряжение-деформация» бетонных призм // Совершенствование конструкций сельскохозяйственного строительства на Северном Кавказе. Ростов-на-Дону, 1984. С. 69-71.
15. Маилян Л. Р. Совершенствование методов расчета и проектирования железобетонных конструкций // Вопросы прочности, деформативности и трещиностойкости железобетона. 1986. С. 3-14.
16. Тентиев Ж. Т., Кожакматов К. С., Жумуков С. Изгиб тонких пластин при ползучести // Исследования по напряженно-деформированному состоянию, устойчивости и разрушению сред. Бишкек, 1990. Ч. 1. С. 184-193.
17. Темикеев К. Т., Адыракаева Г. Д. Экспериментально-теоретическое исследование работы фрагмента междуэтажного перекрытия как горизонтальной диафрагмы жесткости // Современное состояние и перспективы развития строительной науки. Ч. II. Бишкек. 2000. С. 66-69.

#### References:

1. Baikov, V. N. & Pozdeev, V. M. (1985). Opredelenie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya zhelezobetonnykh balov v predel'noi stadii po neuprugim zavisimostyam "G-3" betona i armatury. *Izvestiya VUZov*, (1), 3-5. (in Russian).
2. Bryanskaya, Yu. V., Baikov, V. N., & Volynov, M. A. (2011). Raspredelenie skorostei i gidravlichesкое soprotivlenie pri techenii v trubakh, kanalakh i rechnykh ruslakh. *Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo*, (3), 37-39. (in Russian).
3. Kumpyak, O. G., Boldyshev, A. M., & Anan'eva, N. K. (2000). Zhelezobetonnye konstruksii. Tomsk. (in Russian).
4. Bespaev, A. A., Martynova, N. G., & Urazimanov, M. R. (1990). Prochnost' i zhestkost' uzlov karkasov mnogoetazhnykh zdaniy pri deistvii seismicheskikh nagruzok. *Beton i zhelezobeton*, (7), 10-11. (in Russian).
5. Bondarenko, V. M. (1982). Inzhenernye metody nelineinoi teorii zhelezobetona. Moscow. (in Russian).
6. Voronok, I. S. (1973). O polozhenii osei vrashcheniya secheniya v izgibaemykh elementakh. *Stroitel'nye konstruksii*, (21), 18-28. (in Russian).
7. Gvozdev, A. A. (1927). Obshchii metod rascheta staticheskii neopredelimykh sistem. Moscow. (in Russian).
8. Gurevich, A. L. (1979). Opredelenie obobshchennykh zhestkostnykh parametrov zhelezobetonnykh sterzhnei dlya rascheta staticheskii neopredelimykh konstruksii s uchetom neuprugikh svoistv materialov. In *Zhelezobetonnye konstruksii: mezhvuzovskii sbornik statei, Kuibyshev*, 63-67. (in Russian).

9. Drozdov, P. F. (1981). Nadezhnost' gibkikh zhelezobetonnykh kolonn. *Beton i zhelezobeton*, (4), 42-43. (in Russian).
10. Zalesov, A. S., Kodysh, E. N., Lemysh, L. L., & Nikitin, I. K. (1998). Raschet zhelezobetonnykh konstruksii po prochnosti, treshchinostoikosti i deformatsiyam. Moscow. (in Russian).
11. Fedorova, N. V., Tuen, V. N., & Yakovenko, I. A. (2020). Kriterii prochnosti ploskonapryazhennogo zhelezobetonного элемента pri osobom vozdeistvii. *Vestnik MGSU*, 15(11), 1513-1522. (in Russian). <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2020.11.1513-1522>
12. Karpenko, N. I., Mukhamediev, T. A. (1981). Opredelenie krivizny i udlineniya sterzhnevyykh elementov s treshchinami. *Beton i zhelezobeton*, (2), 17-18. (in Russian).
13. Bakushev, S. V. (2022). Differentsial'nye uravneniya ravnovesiya sploshnoi sredy dlya ploskoi deformatsii v dekartovykh koordinatakh pri bikvadrachnoi approksimatsii zamykayushchikh uravnenii. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*, (76), 70-86. (in Russian). <https://doi.org/10.17223/19988621/76/6>
14. Mailyan, L. R., & Ruben, G. K. (1984). Ob ispol'zovanii v raschetakh zhelezobetonnykh elementov diagrammy «napryazhenie-deformatsiya» betonnykh prizm. In *Sovershenstvovanie konstruksii sel'skokhozyaistvennogo stroitel'stva na Severnom Kavkaze, Rostov-na-Donu*, 69-71. (in Russian).
15. Mailyan, R. L. (1986). Sovershenstvovanie metodov rascheta i proektirovaniya zhelezobetonnykh konstruksii. In *Voprosy prochnosti, deformativnosti i treshchinostoikosti zhelezobetona*, 3-14. (in Russian).
16. Tentiev, Zh. T., Kozhakmatov, K. S., & Zhumukov, S. (1990). Izgib tonkikh plastin pri polzuchesti. In *Issledovaniya po napryazhennomu-deformirovannomu sostoyaniyu, ustoichivosti i razrusheniyu sred*, Bishkek, 184-193. (in Russian).
17. Temikeev, K. T., & Adyrakaeva, G. D. (2000). Eksperimental'no-teoreticheskoe issledovanie raboty fragmenta mezhduetazhnogo perekrytiya kak gorizonta'noi diafragmy zhestkosti. In *Sovremennoe sostoyanie i perspektivy razvitiya stroitel'noi nauki, II. Bishkek*, 66-69. (in Russian).

Работа поступила  
в редакцию 25.05.2023 г.

Принята к публикации  
02.06.2023 г.

Ссылка для цитирования:

Асанова С. А. Исследование напряженно-деформированного состояния сечения численным экспериментом // Бюллетень науки и практики. 2023. Т. 9. №7. С. 268-275. <https://doi.org/10.33619/2414-2948/92/38>

Cite as (APA):

Asanova, S. (2023). Investigation of the Stress-Strain State of a Section by a Numerical Experiment. *Bulletin of Science and Practice*, 9(7), 268-275. (in Russian). <https://doi.org/10.33619/2414-2948/92/38>