ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ / NATURAL SCIENCES

УДК 517.956.3(624.131.543) https://doi.org/10.33619/2414-2948/121/01
AGRIS A50

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ ВЛАГОПЕРЕНОСА ОПОЛЗНЕВОГО МАССИВА С МГНОВЕННЫМ И ШНУРОВЫМ ИСТОЧНИКАМИ

*©**Сатыбаев А. Д**., SPIN-код: 2638-5640, д-р физ.-мат. наук, Ошский технологический университет им. М. М. Адышева, г. Ош, Кыргызстан, abdu-satybaev@mail.ru*
*©**Закирова Д. А**., ORCID: 0009-0002-6723-690X, SPIN-код: 4158-0909, Ошский технологический университет им. М. М. Адышева, г. Ош, Кыргызстан, zakirovadinara03@gmail.com*

UNIQUENESS OF DIRECT PROBLEM SOLUTIONS OF THE PROCESS LANDSLIDE MASSIF MOISTURE TRANSFER MOVEMENT WITH INSTANT AND CORDED SOURCES

*©**Satybaev A**., SPIN-code: 2638-5640, Dr. habil., Osh Technological University named after M. M. Adyshev, Osh, Kyrgyzstan, abdu-satybaev@mail.ru*
*©**Zakirova D**., ORCID: 0009-0002-6723-690X, SPIN-code: 4158-0909, Osh Technological University named after M. M. Adyshev, Osh, Kyrgyzstan, zakirovadinara03@gmail.com*

Аннотация. Рассматривается прямая задача движения почвенной влаги в оползневом массиве, как одной из главных причин возникновения оползневых процессов. Прямая задача анализируется с учётом мгновенных и шнуровых источников, которые являются наиболее приемлемыми начальными и граничными условиями для моделирования данного природного явления. При исследовании прямых задач первоочередное внимание уделяется вопросу корректности их решений, включая вопросы существования, единственности и устойчивости решений. В работе изложена единственность решения прямой поставленной задачи. Прямая задача заключается в определении функции влажности оползневого массива. Были использованы методы выпрямления характеристики и выделения особенностей, чтобы получить задачу с данными на характеристиках. Чтобы доказать теорему было проведено исследование по методу энергетических неравенств. Использовав энергетические неравенства для гиперболических уравнений, доказали теорему единственности. Уравнения движения влагопереноса исследована с мгновенным источником и шнуровым источником. Уравнения в такой постановке изучается впервые.

Abstract. This article examines the direct problem of soil moisture movement in the landslide mass as one of the primary causes of landslide occurrences. The direct problem is analyzed considering instant and corded sources, which are the most appropriate initial and boundary conditions for modeling this natural phenomenon. When studying direct problems, primary attention is given to the correctness of their solutions, including issues of existence, uniqueness, and stability of solutions. The paper outlined the uniqueness of the solution to the direct problem. The direct problem is to determine the moisture function of the landslide massif. The methods of straightening the characteristic and extracting features were used to obtain a problem with data on the characteristics. for the first time. To prove the theorem, a study was conducted using the method

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

of energy inequalities. Using energy inequalities for hyperbolic equations, the uniqueness theorem was proven. The equations of moisture transfer motion were studied with an instantaneous source and a cord source. The equations in such a formulation are studied for the first time.

Ключевые слова: математические модели, функции Дирака и Хевисайда, коэффициенты уравнения, единственность решения, оползневый массив, движения почвенной влаги.

Keywords: mathematical models, Dirac and Heaviside functions, equation coefficients, uniqueness of solution, landslide massif, soil moisture movements.

Оползни — это природные явления, при котором слои земли, породы или грунта начинают двигаться вниз по склону под воздействием гравитации. Одна из основных причин появления оползня является впитывание влаги в геологических грунтах посредствами дождей, таяния снега и ледников и т.д. Они могут быть вызваны различными факторами, включая интенсивные дожди, землетрясения, снижение уровня грунтовых вод, а также человеческую деятельность, такие как строительство или промышленные эксплуатации. Оползни могут привести к разрушительным последствиям, включая разрушение зданий, дорог, инфраструктуры, а также угрозу для жизни и здоровья людей. Они могут быть особенно опасными в гористых районах, где склоны более крутые и неустойчивые. Интенсивные дожди могут вызвать сток воды по склонам, что приводит к размыванию почвы и формированию оврагов и ручьев. Без адекватного управления почвенными ресурсами и ландшафтом, водная эрозия может быть серьезной проблемой, особенно на склонах и наклонных территориях. В случае оползней важно принимать меры по предотвращению и минимизации ущерба, включая стратегии землеустройства, укрепление склонов, дренирование и контроль застройки. Также важно разработать планы действий в случае чрезвычайных ситуациях и обеспечить своевременное информирование и эвакуацию населения в зоне риска. Прямая задача заключается в определении функции влажности оползневого массива.

Дорожный методический документ распространяется на расчеты устойчивости оползневых склонов и расчеты оползневых давлений на инженерных сооружениях. Приведены указания по выбору исходных данных и оценки результатов, расчетов устойчивости и расчеты оползневых давлений. Оценка устойчивости оползневого склона включает: сбор исходных данных; выбор расчетных створов; определение расчетных параметров грунтов; выбор метода расчета; выполнение и анализ результатов расчетов устойчивости; определение и построение эпюр оползневого давления; рекомендации и предложения по проведенной работе [1].

При строительстве на неустойчивых склонах работы следует начинать с оценки степени их устойчивости склонов. Такая работа оценки производится путем вычисления коэффициентов устойчивости, который характеризуется отношением сил и моментов, удерживающих массив грунта на наклонной поверхности, к силам, сдвигающим этот массив [2].

В методике приведены рекомендации, по количественной оценке, и прогнозу устойчивости склонов равнинных предгорных территорий расчетными и сравнительно-геологическими методами. Охарактеризованы способы оценки и прогнозы отдельных оползней и склонов в целом при возможности смещений блоков и пакетов или покровных образований. Дана схема типизации оползней по механизму оползневого процесса [3].

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Т. 11. №12 2025
https://doi.org/10.33619/2414-2948/121

Оползневые процессы развиваются под воздействием двух групп факторов: природных и техногенных. Наиболее часто оползневые процессы возникают на склонах, сложенных чередующимися водоупорными (глинистыми) и водоносными породами (песчано-гравийными, трещиноватыми известняковыми). Климатические факторы формирования динамики оползней многообразны, т.к. они определяют их тепло-влагообеспеченность. Для оползней важнее степень увлажнения, т.е. то количество осадков, который проникает в оползневой склон. Основными генетическими типами оползней являются: оползни детрузивные или выдавливания; оползни скольжения; оползни вязкопластические или деляпсивные; сложные оползни [4].

При изучении оползней определяются следующие параметры [4]: площадная пораженность территорий, %; площадь разового проявления на одном участке, км; объем захваченных пород при разовом проявлении; скорость смещения, млн.м3, м/месяц (см/год); повторяемость, единица в год.

Методы оценки устойчивости оползневых склонов подразделяются на: сравнительно-геологические методы; расчетные методы; экспериментально-расчетные методы; методы моделирования [4].

Т. Я. Емельяновой рассмотрена инженерно-геологическая характеристика оползней. Оползень — это смещения части горных пород, слагающих склон, на более низкий уровень в виде скользящего движения. Это геологическое явление, возникающие на склонах и откосах горной породы. Дана общая характеристика оползней, причины проявления оползней, факторы развития оползней и динамика, а также механизм оползневого процесса [5].

Основное внимание уделено факторам и динамике развития крупных глубоких оползней в юрских глинах и изложена история геологического развития территории в мезо-кайнозойское время. Изложены описания структуры, состав и физико-механические свойства пород, охарактеризованы морфология и зональность строения оползневых склонов и приведены рекомендации [6].

Приведены закономерности проявления оползневых процессов в районе города Майлуу-Суу, а также дан прогноз развития оползня в этом районе. На основе анализа временных рядов оползней и природных факторов были изучены эмпирические принципы возникновения оползней в горнодобывающих районах высокого геологического риска [7].

Процесс движения оползня (сдвигового обрушения) — это геологическое явление, при котором слой грунта или породы начинает перемещаться вниз под воздействием гравитации. Это явление может иметь различные причины и оказывает существенное воздействие на окружающую среду [8].

Цель данной работы заключается в доказательстве теоремы единственности решений прямой задачи влагопереноса в оползневом массиве для мгновенных и шнуровых источников.

Математическая постановка задачи

Прямая задача движения почвенной влаги оползневого массива с мгновенным и шнуровым источником в нулевом приближении описывается следующей задачей:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = D(x)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_x^{'}(x)\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial t}, \quad (x,t) \in R^2{}_+, \tag{1}$$

$$W(x,t)|t < 0 \equiv 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x}|x = 0 = h_0\delta(t) + r_0\theta(t) + p_0\theta_1(t), \tag{2}$$

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Здесь $\delta(t)$ — дельта функция Дирака, $\theta(t)$ — тета функция Хевисайда, $\theta_1(t) = t\theta(t)$, h_0, r_0, p_0 — положительно постоянные числа. Прямая задача заключается в определении функции влажности оползневого массива – W (x, t) из задачи (1)-(2) при известных значениях h_0, r_0, p_0, а также при известном коэффициенте диффузии — D(x). Пусть относительно параметра диффузии выполнено условие:

$$D(x) \in \Lambda_0, \tag{3}$$

где $\Lambda_0 = \{D_0(x) \in C^2(0,T), \quad 0 \le M_1 < D(x) < M_2, \quad \alpha = \|D(x)\|_{C^2(0,T)} \le M_3\}$,

M_1, M_2, M_3 — постоянно-положительные числа.

Используя метод выпрямления характеристики и метод выделения особенностей В. Г. Романова [9-11], получим задачу с данными на характеристиках.

$$u''_{tt}(z,t) = u''_{zz}(z,t) - L_1 u(z,t), \quad (z,t) \in \Delta(T), \tag{4}$$

$$u(z,t)|t = |z| = S(z), \quad z \in [-T,T], \tag{5}$$

где $L_1 u(z,t) = 2\frac{S'_z(z)}{S(z)} u'_z(z,t) + u'_z(z,t) - u'_t(z,t)$,

$$S(z) = \frac{1}{e^{z}\sqrt[4]{d(z)}}, \tag{6}$$

$d(z(x)) = D(x), \quad u(z(x),t) = W(x,t), \qquad z(x) = \int_0^x \frac{d\xi}{\sqrt{D(\xi)}}$,

$\Delta(T) = \{(z,t) \in R \times R_+, \quad z \in (-T,T), \quad |z| < t < 2T\}. \quad S(0) = \frac{h_0}{\sqrt{d(0)}}$;

Пусть относительно переменной z(x) выполнено условие:

$$z'_x(x) > 0, \qquad \lim_{x\to\infty} z(x) = \infty. \tag{7}$$

Единственность решения

Введем обозначение и норму:

$$\prod_1 = \min_{|z|<T} \{|S'_z(z)|\}, \quad \prod_2 = \min_{|z|<T} \{|S(z)|\}. \tag{8}$$

$$\|u\|_1^2(t) = \int_{-t}^{t} u^2(z,t)dz, \ \ t \in [0,T]. \tag{9}$$

Теорема. Пусть коэффициент уравнения (4) S(x) — непрерывен и имеет непрерывную производную первого порядка и пусть выполнены условия (3), (7), (8), (9), а также пусть решения задачи (4)-(5) существует и принадлежит классу $C^2(\Delta(T))$. Тогда решение задачи (4) - (5) единственно в области регулярности $\Delta(T)$ и имеет место оценки:

$$\max_{|z\le t\le T} \{\|u\|_2^2(t)\} \le \|u\|_2^2(|z|) exp[\Pi t], \tag{10}$$

где $\Pi = 4 * \left(\frac{\Pi_1}{\Pi_2} + 1\right)$.

Доказательство теоремы проводим по методу энергетических неравенств.

Умножая каждый член уравнения (4) на $2\frac{\partial u}{\partial t}$ получим следующие выражения:

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Т. 11. №12 2025
https://doi.org/10.33619/2414-2948/121

$$2\cdot\frac{\partial u}{\partial t}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial t}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2\right],\qquad 2\frac{\partial u}{\partial t}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=2\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial t}\right]-\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial u}{\partial z}\right]^2,$$

$$2\frac{\partial u}{\partial t}\cdot\frac{2*S_z^{'}(z)}{S(z)}\frac{\partial u}{\partial z}=4*\frac{S_z^{'}(z)}{S(z)}\left[\frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial t}\right],\qquad 2\frac{\partial u}{\partial t}\cdot\frac{\partial u}{\partial z}=2*\left[\frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial t}\right],\qquad 2\frac{\partial u}{\partial t}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}=2*\left[\frac{\partial v}{\partial t}\right]^2.$$

Теперь проинтегрируем по области $\Delta(T)$, где $\Delta(T)=\{(z,t):|z|<t<T,\quad z\in(-T,T)\}$ уравнение (4):

$$\int_{|z|}^{t}\int_{-t}^{t}2*\frac{\partial u}{\partial\tau}\left[\frac{\partial^2 u}{\partial\tau^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-L_1u(z,\tau)\right]dzd\tau=\int_{-t}^{t}\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial\tau^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-\right.\tag{11}$$

$$\left.-\frac{2*S_z^{'}(z)}{S(z)}2*\left[\frac{\partial u}{\partial\tau}\cdot\frac{\partial u}{\partial z}\right]\Bigg|_{\tau=|z|}^{\tau=t}dz-2*\left[\frac{\partial u}{\partial\tau}\cdot\frac{\partial u}{\partial z}\right]\Bigg|_{\tau=|z|}^{\tau=t}-\left[\frac{\partial u}{\partial\tau}\right]^2\Bigg|_{\tau=|z|}^{\tau=t}\quad\right\}d\tau.$$

Используя вычисленные последние выражения, а также введенные обозначения (8) и нормы (9) из последней соотношение (11) получим:

$$\|u\|_1^2(t)\le\|u\|_1^2(|z|)+\frac{4*\Pi_1}{\Pi_2}\int_{|z|}^{t}\left\|\frac{\partial u}{\partial\tau}\frac{\partial u}{\partial z}\right\|(\tau)d\tau+2*\int_{|z|}^{t}\left\|\frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial\tau}\right\|(\tau)d\tau+2*\int_{|z|}^{t}\left\|\frac{\partial u}{\partial\tau}\right\|^2(\tau)d\tau\tag{12}$$

.

Можарируя нормы получим:

$$\int_{|z|}^{t}\left\|\frac{\partial u}{\partial\tau}\frac{\partial u}{\partial z}\right\|(\tau)d\tau\le\int_{|z|}^{t}\left[\left\|\frac{\partial u}{\partial\tau}\right\|^2+\left\|\frac{\partial u}{\partial z}\right\|^2\right](\tau)d\tau\le\int_{|z|}^{t}\|u\|_1^2(\tau)d\tau.\tag{13}$$

Учитывая последнее неравенство из оценки (12) получим:

$$\max_{|z|\le t\le T}\{\|u\|_1^2(t)\}\le\|u\|_1^2(z)\,exp\left[4*\left(\frac{\Pi_1}{\Pi_2}+1\right)t\right].\tag{14}$$

Из последнего неравенства, используя энергетические неравенства для гиперболических уравнений, получим:

$$\max_{|z|\le t\le T}\{\|u\|_2^2(t)\}\le\|u\|_2^2(|z|)\,exp\left[4*\left(\frac{\Pi_1}{\Pi_2}+1\right)t\right],\tag{15}$$

здесь $\|u\|_2^2(t)=(\|u\|^2+\|u_t\|^2+\|u_z\|^2)(t)$.

Таким образом доказана теорема единственности.

Из эквивалентности задач (4)-(5) и (1)-(2) следует, что решение прямой задачи (1)-(2) также единственно в области $\Delta(T)$.

Заключение

В результате проведённого исследования по решению прямой задачи движения влагопереноса в оползневом массиве с мгновенными и шнуровыми источниками было доказано единственность решения задачи при определённых условиях, заданных входными параметрами уравнения и условиями задачи. Основные результаты исследования: используя методы «выпрямления характеристики» и «выделения особенностей», получили задачу с данными на характеристиках; с помощью методики В. Г. Романова обобщенная задача приведена их регулярной задаче и установлена единственность решения; используя

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

энергетические неравенства для гиперболической уравнений было доказана теорема единственности. Полученные результаты позволяют подтвердить возможность математического описания и анализа процессов движения влагопереноса в оползневом массиве при различных условиях и подтверждают надёжность предложенного численного алгоритма.

Список литературы:

1. Отраслевой дорожный методический документ ОДМ 218.2.006-2010 Рекомендации по расчету устойчивости оползнеопасных склонов (откосов) и определению оползневых давлений на инженерные сооружения автомобильных дорог. М., 2010.

2. Горобцов Д. Н., Фоменко И. К., Новгородова М. А., Сироткина О. Н. Об оценке оползневых давлений при расчётах устойчивости склонов // Гидрология и инженерная геология. 2022. №3. С. 74–84. https://doi.org/10.32454/0016-7762-2022-64-3-74-84

3. Рекомендации по количественной оценке устойчивости оползневых склонов. М.: Стройиздат, 1984. 79 с.

4. Ильяш В. В. Экологическая геодинамика — новое понимание объекта и предмета изучения // Экологическая геология: теория, практика и региональные проблемы: VI Международная научно-практическая конференция. Севастополь, 2019. С. 22-24.

5. Емельянова Т. Я. Инженерная геодинамика. Томск: Издательство ТПУ, 2009. 134 с.

6. Мамаев Ю. А., Козловский С. В., Ястребов А. А. Природа, факторы развития и динамика оползней в юрских глинах на территории г. Москвы // Геоэкология. Инженерная геология, гидрогеология, геокриология. 2019. №4. С. 40-50. https://doi.org/10.31857/S0869-78092019440-50

7. Торгоев И. А., Алешин Ю. Г., Аширов Г. Э. Закономерности и прогноз развития оползневых процессов в горнопромышленном районе Майлуу-Суу // Вестник КРСУ. 2006. Т. 6. №7. С. 84.

8. Закирова Д. А., Сатыбаев А. Д., Сатыбалдиев Б. С. Анализ причин возникновения процесса движения волн оползня (на примере Ноокатского района Ошской области) // Бюллетень науки и практики. 2024. Т. 10. №9. С. 80-89. https://doi.org/10.33619/2414-2948/106/08

9. Романов В. Г. Устойчивость в обратных задачах. М.: Научный мир, 2005. 295 с.

10. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Изд-во Сибирского отд. Российской акад. наук, 2018. 511 с.

11. Сатыбаев А. Д. Конечно-разностное регуляризованное решение обратных задач гиперболического типа. Ош, 2001. 143 с.

References:

1. Otraslevoi dorozhnyi metodicheskii dokument ODM 218.2.006-2010 Rekomendatsii po raschetu ustoichivosti opolzneopasnykh sklonov (otkosov) i opredeleniyu opolznevykh davlenii na inzhenernye sooruzheniya avtomobil'nykh dorog (2010). Moscow. (in Russian).

2. Gorobtsov, D. N., Fomenko, I. K., Novgorodova, M. A., & Sirotkina, O. N. 2022. Ob otsenke opolznevykh davlenii pri raschetakh ustoichivosti sklonov. *Gidrologiya i inzhenernaya geologiya,* (3), 74–84. (in Russian). https://doi.org/10.32454/0016-7762-2022-64-3-74-84

3. Rekomendatsii po kolichestvennoi otsenke ustoichivosti opolznevykh sklonov (1984). Moscow. (in Russian).

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

4. Il'yash, V. V. (2019). Ekologicheskaya geodinamika — novoe ponimanie ob"ekta i predmeta izucheniya. In *Ekologicheskaya geologiya: teoriya, praktika i regional'nye problemy: VI Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya, Sevastopol',* 22-24. (in Russian).

5. Emel'yanova, T. Ya. (2009). Inzhenernaya geodinamika. Tomsk. (in Russian).

6. Mamaev, Yu. A., Kozlovskii, S. V., & Yastrebov, A. A. (2019). Priroda, faktory razvitiya i dinamika opolznei v yurskikh glinakh na territorii g. Moskvy. *Geoekologiya. Inzhenernaya geologiya, gidrogeologiya, geokriologiya,* (4), 40-50. (in Russian). https://doi.org/10.31857/S0869-78092019440-50

7. Torgoev, I. A., Aleshin, Yu. G., & Ashirov, G. E. (2006). Zakonomernosti i prognoz razvitiya opolznevykh protsessov v gornopromyshlennom raione Mailuu-Suu. *Vestnik KRSU, 6*(7), 84. (in Russian).

8. Zakirova, D., Satybaev, A. & Satybaldiev, B. (2024). Analysis of the Causes of Landslide Wave Movement Process (Using the Example of Nookat District of Osh Region). *Bulletin of Science and Practice, 10*(9), 80-89. (in Russian). (in Russian). https://doi.org/10.33619/2414-2948/106/08

9. Romanov, V. G. (2005). Ustoichivost' v obratnykh zadachakh. Moscow. (in Russian).

10. Kabanikhin, S. I. (2018). Obratnye i nekorrektnye zadachi. Novosibirsk. (in Russian).

11. Satybaev, A. D. (2001). Konechno-raznostnoe regulyarizovannoe reshenie obratnykh zadach giperbolicheskogo tipa. Osh. (in Russian).

Поступила в редакцию 27.10.2025 г.

Принята к публикации 07.11.2025 г.

Ссылка для цитирования:

Сатыбаев А. Д., Закирова Д. А. Единственность решения прямой задачи процесса движения влагопереноса оползневого массива с мгновенным и шнуровым источниками // Бюллетень науки и практики. 2025. Т. 11. №12. С. 13-19. https://doi.org/10.33619/2414-2948/121/01

Cite as (APA):

Satybaev, A., & Zakirova, D. (2025). Uniqueness of Direct Problem Solutions of the Process: Landslide Massif Moisture Transfer Movement with Instant and Corded Sources. *Bulletin of Science and Practice, 11*(12), 13-19. (in Russian). https://doi.org/10.33619/2414-2948/121/01

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)