УДК 517.968 https://doi.org/10.33619/2414-2948/102/01

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРА ПЕРВОГО РОДА В ПРОСТРАНСТВЕ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ВЕКТОР-ФУНКЦИЙ НА ОСИ

©***Орозмаматова Ж. Ш.,*** *Ошский технологический университет им. акад. М.М. Адышева, г. Ош, Кыргызстан*
©***Тойгонбаева А. К.,*** *Ошский государственный университет, г. Ош, Кыргызстан*
©***Камбарова А. Д.,*** *Ошский государственный университет, г. Ош, Кыргызстан*

REGULARIZATION OF SOLUTIONS OF ONE CLASS OF SYSTEMS OF LINEAR VOLTERRA INTEGRAL EQUATIONS OF THE FIRST KIND IN THE SPACE OF DIFFERENTIABLE VECTOR FUNCTIONS ON THE AXIS

©***Orozmamatova Zh.,*** *Osh Technological University named by M.M. Adyshev, Osh, Kyrgyzstan*
©***Toigonbaeva A.,*** *Osh State University, Osh, Kyrgyzstan*
©***Kambarova A.,*** *Osh State University, Osh, Kyrgyzstan*

Аннотация. Построены регуляризирующие операторы по Лаврентьеву и установлены достаточные условия единственности решений систем линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода на оси.

Abstract. Regularizing operators according to Lavrentiev are constructed and sufficient conditions for the uniqueness of solutions to systems of linear Volterra integral equations of the first kind on the axis are established.

Ключевые слова: регуляризация, единственность решения, линейные интегральные уравнения Вольтерра первого рода на оси.

Keywords: regularization, uniqueness solutions, Volterra integral equations of the first kind on the axis.

Одновременно рассматриваются следующие системы линейных интегральных уравнений вида

$$\int_{\infty-}^{t} K(t,s)u(s)ds = f(t), t \in R = (-\infty.\infty) \quad (1)$$
,

$$\varepsilon v(t,\varepsilon) + \int_{-\infty}^{t} K(t,s)v(s,\varepsilon)ds = f(t) + \varepsilon u_0, t \in R = (-\infty,\infty), \quad (2)$$

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

где $0<\varepsilon$ — малый параметр, $K(t,s)$ — известная $n\times n$ -мерная матричная функция, определенная на $G=\{(t,s);-\infty<s\le t<\infty\}$, f(t) — известная n-мерная вектор-функция, $u(t)$ и $v(t,\varepsilon)$ – искомые n -мерные вектор-функции.

Различные вопросы интегральных уравнений исследовались во многих работах, в частности, в работе «Интегральные уравнения Вольтерра» представлен обзор результатов по интегральным уравнениям второго рода [1]. В работе «Линейные интегральные уравнения Вольтерра первого рода и третьего рода для линейных интегральных уравнений Вольтерра первого и третьего рода с гладкими ядрами» доказано существование многопараметрического семейства решений [2]. Лаврентьев М. М. рассмотрел интегральные уравнения и регуляризирующие операторы [3]. Доказаны теоремы единственности и построены регуляризирующие операторы по М. М. Лаврентьеву для систем линейных и нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода с негладкими матричными ядрами [4, 9]. Для систем нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода доказаны теоремы единственности и построены регуляризирующие операторы по М. М. Лаврентьеву [5]. Для систем линейных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода доказаны теоремы единственности и построены регуляризирующие операторы по М. М. Лаврентьеву [6]. На основе нового подхода изучены вопросы существования и единственности решений для линейных и нелинейных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода с многоточечными особенностями [7]. С помощью модификации подхода изучен один класс систем линейных и нелинейных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода [6, 8]. Исследованы вопросы единственности решения одного класса линейных интегральных уравнений Фредгольма первого рода на оси [10]. В работе на основе модификацией метода доказаны теоремы единственности и построены регуляризирующие операторы по М. М. Лаврентьеву для решения систем линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода на оси [4, 8].

Введем обозначения:

1. Для векторов $u=(u_1...u_n)^T, v=(v_1...v_n)^T\in R^n$ определим скалярное произведение равенством $\langle u,v\rangle=u_1v_1+...+u_nv_n=\sum_{i=1}^{n}u_iv_i$ и норму $\|u\|=\left(\sum_{i=1}^{n}u_i{}^2\right)^{\frac{1}{2}}$;

2. Обозначим через C(R)- пространство всех функций непрерывных на R и обозначим через C_n(R) — мерных вектор-функций с элементами из C(R);

3. Обозначим через C0(R) — пространство всех функций непрерывных и ограниченных на R и обозначим через Cn,0(R) — пространство всех n-мерных вектор-функций с элементами из C0(R) функций непрерывных и ограниченных для $u(t)=(u_1(t),...,u_n(t))\in C_{n,o}(R)$ определим норму $\|u(t)\|_c=\sup_{t\in R}\|u(t)\|$;

4. Через $C^1_{\lambda,n}(R)$ - обозначим линейное пространство всех n-мерных дифференцируемых вектор-функций $u(t)\in C_{n,o}(R)$, удовлетворяющих условия: $\lim_{t\to-\infty}\|u(t)-u_0\|=0, u_0\in R^n$, $\left\|\frac{du(t)}{dt}\right\|\le M\lambda(t), \forall t\in R$, где M — положительная постоянная, зависящая от u(t), но не от t, $\lambda(t)\ge 0, \forall t\in R, \lambda(t)\in C(R), \forall T\in R, \lambda(t)\in L_1(-\infty,T)$.

Пусть $\lambda_i(t)(i=1,2,...n)$ — собственные значение матрицы

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

$\frac{1}{2}\left[K(t,t)+K^*(t,t)\right]$, $K^*(t,t)-$ сопряженная матрица к матрице K(t, t) и

$$\lambda(t)=\min \lambda_i(t), t\in R. \tag{3}$$

Предположим выполнения следующих условий:

а) для K(t, s)=(k_{ij}(t, s)), i, j=1, 2, … n; $k_{ij}(t,s)\in C(G)$, для фиксированного $t\in R, \|K(t,s)\|, \|K(s,s)\|\in L_1(-\infty,t) u\ \ k_{ij}(t,t)\in C(R),$ где C(G)-пространство всех непрерывных функций на G;

b) $\lambda(t)\geq 0$ при $t\in R,\quad u\qquad \lambda(t)\in C(R), \forall T\in R, \lambda(t)\in L_1(-\infty,T)$, где $\lambda(t)-$ определена с помощью формулы (3);

c) при $t>\tau$ для любых $(t,s),(\tau,s)\in G$ справедлива оценка $\|K(t,s)-K(\tau,s)\|\leq l(s)\left[\int_\tau^t \lambda(s)ds\right]$ где $l(t)\in C(R)\cap L_1(R)$.

Лемма 1. Пусть выполняются условия а), в) и X(t,s,ε) матричная функция Коши для системы $\frac{dx}{dt}=-\frac{1}{\varepsilon}K(t,t)x(t), t\in R$, то есть

$$\frac{dX(t,s,\varepsilon)}{dt}=-\frac{1}{\varepsilon}K(t,t)X(t,s,\varepsilon), X(t,t,\varepsilon)=I_n \tag{4}$$

где $l_n-n\times n$ - мерная единичная матрица. Тогда справедлива оценка

$$\|X(t,s,\varepsilon)\|\leq \exp\left[-\int_s^t \frac{1}{\varepsilon}\lambda(\tau)d\tau\right], (t,s)\in G \tag{5}$$

Доказательство. Для любого $u\in R^n$ имеем:

$$\frac{d}{dt}\|X(t,s,\varepsilon)u\|^2=\left\langle \frac{d}{dt}X(t,s,\varepsilon)u, X(t,s,\varepsilon)u\right\rangle+\left\langle X(t,s,\varepsilon)u, \frac{d}{dt}X(t,s,\varepsilon)u\right\rangle=$$

$$=\left\langle -\frac{1}{\varepsilon}K(t,t)X(t,s,\varepsilon)u, X(t,s,\varepsilon)u\right\rangle+\left\langle X(t,s,\varepsilon)u,-\frac{1}{\varepsilon}K(t,t)X(t,s,\varepsilon)u\right\rangle=$$

$$=-\frac{2}{\varepsilon}\left\langle\frac{1}{2}\left[K(t,t)+K^*(t,t)\right]X(t,s,\varepsilon)u, X(t,s,\varepsilon)u\right\rangle\leq-\frac{2\lambda(t)}{\varepsilon}\|X(t,s,\varepsilon)\|^2, (t,s)\in G,$$

то есть $\frac{d}{dt}\|X(t,s,\varepsilon)\|^2\leq-\frac{2\lambda(t)}{\varepsilon}\|X(t,s,\varepsilon)\|^2, (t,s)\in G$

Здесь мы учитывали условия а), b) и (4). Из последнего неравенства получим оценку (5). Лемма 1 доказана.

Лемма 2. Пусть выполняются условия а), b) и $u(t)\in C^1_{\lambda,n}(R)$, где

$$F(t,\varepsilon)=-\int_{-\infty}^t X(t,s,\varepsilon)\frac{du(s)}{ds}, t\in R, \tag{6}$$

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Т. 10. №5. 2024
https://doi.org/10.33619/2414-2948/102

$$R(t,s,\varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon} X(t,s,\varepsilon)K(s,s), (t,s) \in G \tag{7}$$

является матричной резольвентой матричного ядра $\left[-\frac{1}{\varepsilon}K(t,t)\right]$, и $\|K(t,t)\| \le N_0\lambda(t)$ при всех $t \in R, N_0 > 0.$ Тогда справедлива оценка $\|F(t,\varepsilon)\| \le M\varepsilon$ где $\left\|\frac{du(t)}{dt}\right\| \le M\lambda(t), \forall t \in R.$

Доказательство. В силу условию леммы 2, (6) и оценку (5) имеем

$$\|F(t,\varepsilon)\| \le \int_{-\infty}^{t} \|X(t,s,\varepsilon)\| \left\|\frac{d(u)}{ds}\right\| ds \le \int_{-\infty}^{t} \exp\left[-\frac{1}{\varepsilon}\int_{s}^{t} \lambda(\tau)u\tau\right] M\lambda(s)ds \le M\varepsilon, \forall t \in R$$

Лемма 2 доказана.

Лемма 3. Пусть выполняются условия a), b), c) и

$$H(t,s,\varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon} X(t,s,\varepsilon)[K(t,s) - K(s,s)] + \frac{1}{\varepsilon}\int_{s}^{t} R(t,\tau,\varepsilon)[K(t,s) - K(\tau,s)]\,d\tau, \tag{8}$$

где $(t,s) \in G, R(t,s,\varepsilon)$ определена по формуле (7). Тогда справедлива оценка $\|H(t,s,\varepsilon)\| \le (e^{-1} + N_0)l(s), (t,s) \in G, \varepsilon > 0.$

Доказательство. Ввиду условия a), b), c) b (7) из (8) получим

$$\|H(t,s,\varepsilon)\| \le \frac{1}{\varepsilon}\|X(t,s,\varepsilon)\| l(s)\left[\int_{s}^{t} \lambda(r)\partial\tau\right] + \frac{1}{\varepsilon}\int_{s}^{t} \|R(t,\tau,\varepsilon)\|\, l(s)\left[\int_{\tau}^{t} \lambda(s)ds\right] d\tau \le$$

$$\le l(s)\exp\left[-\frac{1}{\varepsilon}\int_{s}^{t} \lambda(\tau)dr\right]\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{s}^{t} \lambda(\tau)d\tau\right] +$$

$$+ \frac{N_0 l(s)}{\varepsilon}\int_{s}^{t} \exp\left[-\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t} \lambda(\tau)d\tau\right]\lambda(\tau)\left[\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t} \lambda(\tau)d\tau\right] d\tau \le$$

$$\le l(s)\sup_{v \ge o}\left[e_v^{-v}\right] + N_0 l(s)\int_{0}^{\infty} e^{-v} v dv = \left(e^{-1} + N_0\right) l(s), (t,s) \in G.$$

Лемма 3 доказана.

Теорема. Пусть выполняются условия a), b), c), $\|K(t,t)\| \le N_0\lambda(t)$ при всех $t \in R$, система (1)имеет решение $u(t) \in C^1_{\lambda,n}(R).$ Тогда решение $v(t,\varepsilon)$ системы(2) при $\varepsilon \to 0$ сходится в норме $C_{n,0}(R)\, k\ \ u(t).$ При этом справедлива оценка

$$\|v(t,\varepsilon) - u(t)\|_c \le c_2\varepsilon, \text{ где } c = M\exp\left\{(e^{-1} + N_0)\int_{-\infty}^{\infty} l(s)ds\right\}, \tag{9}$$

Число М определена в лемме 2.

Доказательство. В системе (2) произведем замену

$$v(t,\varepsilon) = u(t) + \xi(t,\varepsilon), \tag{10}$$

Где *u(t)* — решения системы (1). Подставляя (10) в (2), имеем

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

$$\xi(t,\varepsilon)=-\frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{t}K(s,s)\xi(s,\varepsilon)ds-\frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{t}[K(t,s)-K(s,s)]\,\xi(s,\varepsilon)ds-[u(t)-u_0],\,t\in R. \tag{11}$$

Используя матричную резольвенту

$$R(t,s,\varepsilon)=-\frac{1}{\varepsilon}X(t,s,\varepsilon)K(s,s),(t,s)\in G \tag{12}$$

матричного ядра $\left[-\frac{1}{\varepsilon}K(s,s)\right]$ систему (11) сводим к эквивалентной системе

$$\xi(t,\varepsilon)=-\frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{1}[K(t,s)-K(s,s)]\,\xi(s,\varepsilon)ds-[u(t)-u_0]-$$
$$-\int_{-\infty}^{t}R(t,\tau,\varepsilon)\left\{\frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{\tau}[K(\tau,s)-K(s,s)]\xi(s,\varepsilon)ds+u(\tau)-u_0\right\}d\tau\,,$$

Отсюда, используя обобщенную формулу Дирихле, имеем

$$\xi(t,\varepsilon)=\int_{-\infty}^{1}H(t,s,\varepsilon)\xi(s,\varepsilon)ds+F(t,\varepsilon)\,,t\in R, \tag{13}$$

где

$$H(t,s,\varepsilon)=-\frac{1}{\varepsilon}[K(t,s)-K(s,s)]-\frac{1}{\varepsilon}\int_{s}^{t}R(t,\tau,\varepsilon)[K(\tau,s)-K(s,s)]\,d\tau, \tag{14}$$

$$F(t,\varepsilon)=-[u(t)-u_0]-\int_{-\infty}^{t}R(t,\tau,\varepsilon)[u(\tau)-u_0]\,d\tau. \tag{15}$$

Покажем, что $H(t,s,\varepsilon)$ определенный по формуле (14), можно преобразовать к виду (8) В самом деле, учитывая (12) и

$$\frac{dX(t,s,\varepsilon)}{ds}=\frac{1}{\varepsilon}X(t,s,\varepsilon)K(s,s),(t,s)\in G, \tag{16}$$

имеем

$$\frac{1}{\varepsilon}\int_{s}^{t}R(t,\tau,\varepsilon)[K(t,s)-K(s,s)]d\tau=-\frac{1}{\varepsilon}\int_{s}^{t}\frac{dX(t,\tau,\varepsilon)}{d\tau}d\tau[K(t,s)-K(s,s)]=$$
$$=-\frac{1}{\varepsilon}X(t,s,\varepsilon)[K(t,s)-K(s,s)].$$

Отсюда получим

$$-\frac{1}{\varepsilon}[K(t,s)-K(s,s)]=-\frac{1}{\varepsilon}X(t,s,\varepsilon)[K(t,s)-K(s,s)]+ \tag{17}$$
$$+\frac{1}{\varepsilon}\int_{s}^{t}R(t,\tau,\varepsilon)[K(t,s)-K(s,s)]d\tau,(t,s)\in G,$$

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Подставляя (17) в (14) имеем (8). Аналогично, используя формулы (16) из (15) имеет $F(t,\varepsilon)=-[u(t)-u_0]+\int\limits_{-\infty}^{t}\frac{dX(t,s,\varepsilon)}{ds}[u(s)-u_0]ds, t\in R.$

Отсюда, интегрируя по частям, получим $F(t,\varepsilon)=-\int\limits_{-\infty}^{t}X(t,s,\varepsilon)\frac{du(s)}{ds}ds\ ,t,\in R.$

Далее, используя леммы 1 и 2, из (13) получим $\|\xi(t,s)\|\le\int\limits_{-\infty}^{t}\left(e^{-1}+N_0\right)l(s)\|\xi(s,\varepsilon)\|ds+\mathrm{M}\varepsilon, t,\in R$

Отсюда, применяя неравенство Гроноулла-Беллмана и учитывая (10), имеем оценку (9).Теорема доказана.

Следствие. Если выполняются условия a), b), c). $\|K(t,t)\|\le N_0\lambda(t), t\in R$ и существует $T\in R$ такое, что $\lambda(t)>0$ при почти всех $t,\in(-\infty;T)$, то решение системы (1) в пространстве $C^{\lambda}_{\varphi,n}(R)$ единственно.

Доказательство. Пусть $u(t)\in C^{\gamma}_{\varphi,n}(R),\ 0<\gamma\le1$ является решением системы (1) при *f(t)=0*. Умножая системы (1) скалярно справа и слева на $u_0=\lim_{t\to-\infty}u(t)\in R^n$ и складывая имеем

$$\left\langle\int\limits_{-\infty}^{t}K(s,s)u_0ds,u_0\right\rangle+\left\langle u_0,\int\limits_{-\infty}^{t}K(s,s)u_0ds\right\rangle+\left\langle\int\limits_{-\infty}^{t}K(s,s)[u(s)-u_0]ds,u_0\right\rangle+\left\langle u_0,\int\limits_{-\infty}^{t}K(s,s)[u(s)-u_0]ds\right\rangle+$$
$$+\left\langle\int\limits_{-\infty}^{t}[K(t,s)-K(s,s)]u(s)ds,u_0\right\rangle+\left\langle u_0,\int\limits_{-\infty}^{t}[K(t,s)-K(s,s)]u(s)ds\right\rangle=0,$$

где $\langle\cdot,\cdot\rangle$ скалярное произведение в R^n. Отсюда имеем

$$\int\limits_{-\infty}^{t}\langle[K(s,s)+K^*(s,s)]u_0,u_0\rangle ds=-\int\limits_{-\infty}^{t}\{\langle K(s,s)[u(s)-u_0],u_0\rangle+\langle u_0,K(s,s)[u(s)-u_0]\rangle\}ds-$$
$$-\int\limits_{-\infty}^{t}\{\langle[K(t,s)-K(s,s)]u(s),u_0\rangle+\langle u_0,[K(t,s)-K(s,s)]u(s)\rangle\}ds. \quad (18)$$

Далее, в силу условия следствия теоремы из (17) получим

$$2\left[\int\limits_{-\infty}^{t}\lambda(s)ds\right]\|u_0\|^2\le 2N_0\left[\int\limits_{-\infty}^{t}\lambda(s)ds\right]\|u_0\|\sup_{s\in(-\infty;t)}\|u(s)-u_0\|+$$
$$+2\|u_0\|\|u(t)\|_c\left[\int\limits_{-\infty}^{t}l(s)ds\right]\left[\int\limits_{-\infty}^{t}\lambda(\tau)d\tau\right], t\in(-\infty,T).$$

Отсюда получим

$$\|u_0\|\le N_0\sup_{s\in(-\infty,t)}\|u(s)-u_0\|+\|u(t)_c\|\int\limits_{-\infty}^{t}l(s)ds, t\in(-\infty,T). \quad (19)$$

Из (19), переходя к пределу при $t\to-\infty$ имеем $\|u_0\|=0$. Тогда из оценки (9) вытекает, что $\|u_0\|=0$ т. е. *u(t)=0* при $t\in R$. Следствие теоремы доказано.

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Список литературы:

1. Цалюк З. Б. Интегральные уравнения Вольтерра // Итоги науки и техники. Серия Математический анализ. 1977. Т. 15. №0. С. 131-198. https://doi.org/10.1007/BF01844490

2. Магницкий Н. А. Линейные интегральные уравнения Вольтерра I и III рода // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1979. Т. 19. №4. С. 970-988.

3. Лаврентьев М. М. Об интегральных уравнениях первого рода // Доклады Академии наук. 1959. Т. 127. №1. С. 31-33.

4. Иманалиев М. И., Асанов А. О решениях систем нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода // Доклады Академии наук. 1989. Т. 309. №5. С. 1052-1055.

5. Иманалиев М. И., Асанов А. Регуляризация и единственность решений систем нелинейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода // Доклады Академии наук. 2007. Т. 415. №1. С. 14-17.

6. Иманалиев М. И., Асанов А. О решениях систем линейных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода // Доклады Академии наук. 2010. Т. 430. №6. С. 734-737.

7. Asanov A., Matanova K., Asanov R. A class of linear and nonlinear Fredholm integral equations of the third kind // Kuwait Journal of Science. 2017. V. 44. №1. P. 17-28,

8. Иманалиев М. И., Асанов А., Асанов Р. А. Об одном классе систем линейных и нелинейных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода с многоточечными особенностями // Дифференциальные уравнения. 2018. V. 54. №3. P. 387-387. https://doi.org/10.1134/S037406411803010X

9. Asanov A. Regularization, uniqueness and existence of solutions of Volterra equations of the first kind. VSP, 1998. V. 11.

10. Asanov A., Orozmamatova J. About uniqueness of solutions of fredholm linear integral equations of the first kind in the axis // Filomat. 2019. V. 33. №5. P. 1329-1333. https://doi.org/10.2298/FIL1905329A

References:

1. Tsalyuk, Z. B. (1977). Integral'nye uravneniya Vol'terra. *Itogi nauki i tekhniki. Seriya Matematicheskii analiz, 15*(0), 131-198. (in Russian). https://doi.org/10.1007/BF01844490

2. Magnitskii, N. A. (1979). Lineinye integral'nye uravneniya Vol'terra I i III roda. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki, 19*(4), 970-988. (in Russian).

3. Lavrent'ev, M. M. (1959). Ob integral'nykh uravneniyakh pervogo roda. *Doklady Akademii nauk SSSR, 127*(1), 31-33. (in Russian).

4. Imanaliev, M. I., & Asanov, A. (1989). O resheniyakh sistem nelineinykh integral'nykh uravnenii Vol'terra pervogo roda. In *Doklady Akademii nauk (Vol. 309, No. 5, pp. 1052-1055). Rossiiskaya akademiya nauk.* (in Russian).

5. Imanaliev, M. I., & Asanov, A. (2007). Regulyarizatsiya i edinstvennost' reshenii sistem nelineinykh integral'nykh uravnenii *Vol'terra tret'ego roda. In Doklady Akademii nauk, 415*(1), 14-17. (in Russian).

6. Imanaliev, M. I., & Asanov, A. (2010). O resheniyakh sistem lineinykh integral'nykh uravnenii Fredgol'ma tret'ego roda. In *Doklady Akademii nauk, 430*(6), 734-737. (in Russian).

7. Asanov, A., Matanova, K., & Asanov, R. (2017). A class of linear and nonlinear Fredholm integral equations of the third kind. *Kuwait Journal of Science, 44*(1), 17-28. (in Russian).

8. Imanaliev, M. I., Asanov, A., & Asanov, R. A. (2018). Ob odnom klasse sistem lineinykh i nelineinykh integral'nykh uravnenii Fredgol'ma tret'ego roda s mnogotochechnymi osobennostyami.

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Differentsial'nye uravneniya, 54(3), 387-387. (in Russian). https://doi.org/10.1134/S037406411803010X

9. Asanov, A. (1998). *Regularization, uniqueness and existence of solutions of Volterra equations of the first kind* (Vol. 11). VSP.

10. Asanov, A., & Orozmamatova, J. (2019). About uniqueness of solutions of fredholm linear integral equations of the first kind in the axis. *Filomat, 33*(5), 1329-1333. https://doi.org/10.2298/FIL1905329A

Работа поступила в редакцию 27.03.2024 г.

Принята к публикации 04.04.2024 г.

Ссылка для цитирования:

Орозмаматова Ж. Ш., Тойгонбаева А. К., Камбарова А. Д. Регуляризация решений одного класса систем линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода в пространстве дифференцируемых вектор-функций на оси // Бюллетень науки и практики. 2024. Т. 10. №5. С. 15-22. https://doi.org/10.33619/2414-2948/102/01

Cite as (APA):

Orozmamatova, Zh., Toigonbaeva, A., & Kambarova, A. (2024). Regularization of Solutions of One Class of Systems of Linear Volterra Integral Equations of the First Kind in the Space of Differentiable Vector Functions on the Axis. *Bulletin of Science and Practice, 10*(5), 15-22. (in Russian). https://doi.org/10.33619/2414-2948/102/01

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)